

Année universitaire 2024/2025

Mathématiques Approfondies - 3e année de Licence

Crédits ECTS : 60

LES OBJECTIFS DE LA FORMATION

Le parcours Mathématiques Approfondies a pour objectif d'acquérir de solides connaissances de niveau Licence en mathématiques appliquées (analyse théorique et numérique, probabilités, statistiques) ainsi que de permettre aux étudiants de s'ouvrir à d'autres domaines mathématiques (analyse complexe, algèbre).

Les objectifs de la formation :

- Adopter une rigueur de raisonnement
- Apprendre de nouvelles connaissances en mathématiques appliquées
- Prendre un recul mathématique sur les trois années de licence, avec compréhension des liens forts entre les différents domaines
- Être en capacité d'implémenter des simulations et des méthodes numériques

PRÉ-REQUIS OBLIGATOIRES

- Admission de droit pour les étudiants ayant validé la 2ème année de Licence - Mathématiques-Economie à Dauphine
- Titulaires d'un diplôme BAC+2 (120 crédits ECTS) ou équivalent (DUT, BTS) à Dauphine, d'une université ou d'un autre établissement de l'enseignement supérieur français ou européen dans le domaine des sciences
- Étudiants issus de classes préparatoires scientifiques ou économiques

POURSUITE D'ÉTUDES

Après la Licence Mathématiques Appliquées, vers quels Masters s'orienter à l'Université Paris Dauphine-PSL ?

Après la 3e année de Licence Mathématiques Appliquées, validée par un Bac+3, les étudiantes et les étudiants peuvent choisir entre plusieurs Master 1 en formation initiale ou en alternance. C'est également à ce moment qu'ils pourront décider d'effectuer un Master professionnalisant ou un Master recherche. Pour la plupart, des diplômés poursuivent leurs études vers la première année du Master Mathématiques et Applications, ou vers d'autre formation universitaire équivalente.

La majorité des étudiants dauphinois choisissent de poursuivre leurs études en Master 1 après l'obtention de leur Licence, et réalisent l'intégralité de leur parcours académique au sein de l'Université Paris Dauphine-PSL.

Le choix du Master joue un rôle majeur dans le cursus des étudiantes et des étudiants. Il détermine plus précisément l'orientation professionnelle et les carrières accessibles à la sortie. En Master 2, les étudiants auront également la possibilité de choisir entre plusieurs spécialisations.

PROGRAMME DE LA FORMATION

- Semestre 5
 - UE Obligatoires S5
 - Intégrale de Lebesgue et probabilités
 - Calcul différentiel et équations différentielles

- UE de majeure S5
 - Statistical modelling
 - Anglais 5
- UE Optionnelles S5
 - Algèbre et géométrie
 - Algorithmes dans les graphes
 - Mécanique quantique
 - Microéconomie : concurrence imparfaite
- Semestre 6
 - UE Obligatoires S6
 - Statistique mathématique
 - Analyse fonctionnelle et analyse hilbertienne
 - Calcul différentiel et optimisation numérique
 - UE de majeure S6
 - Anglais 6
 - Analyse complexe
 - Introduction aux équations aux dérivées partielles
 - UE Optionnelles S6
 - Économie dans l'incertain
 - Machine learning
 - Produits dérivés et gestion des risques
 - Programmation linéaire
 - Théorie des jeux
- Semestre Annuel
 - UE Optionnelles annuelles
 - Allemand 5&6
 - Espagnol 5&6
 - Sport 5&6

DESCRIPTION DE CHAQUE ENSEIGNEMENT

Algorithmes dans les graphes

ECTS : 4

Volume horaire : 36

Description du contenu de l'enseignement :

- Définition des graphes orientés et non orientés
- Modélisation de problèmes de décision sous la forme de graphes
- Algorithmes de parcours de graphes
- Détermination des composantes connexes et fortement connexes d'un graphe
- Algorithmes de plus courts chemins
- Flots dans un réseau

Compétence à acquérir :

Comprendre et concevoir des algorithmes (polynomiaux) sur les graphes

Mode de contrôle des connaissances :

TP noté, Partiel et Examen

Algèbre et géométrie

ECTS : 4

Volume horaire : 58.5

Description du contenu de l'enseignement :

- Groupes finis et infinis, quotients, solvabilité
- Actions de groupes
- Anneaux et quotients par leurs idéaux
- Corps et extensions, théorème de Galois

Compétence à acquérir :

Ce cours introduit quelques-unes des structures algébriques fondamentales (groupes, anneaux, corps) et des constructions qu'on peut leur associer. L'accent est mis sur les exemples, tirés de la géométrie, de l'analyse, de l'algèbre, ou de la physique, sans prérequis autres que de l'algèbre linéaire et du calcul différentiel.

Allemand 5&6

ECTS : 4

Volume horaire : 39

Description du contenu de l'enseignement :

Selon le groupe de niveau :

-débutants: apprentissage de langue de tous les jours, qui permet faire passer des informations simples et de répondre à des besoins concrets (comme faire ses courses); découverte de faits de société et d'éléments culturels des pays de langues allemande

"recommençants": réactivation des savoirs acquis dans le secondaire; approfondissement des compétences écrites et orales; grammaire; exposés; jeux de rôle; découverte de faits de société et d'éléments culturels des pays de langues allemande

-avancés: approfondissement des compétences écrites et orales à partir de documents authentiques ; grammaire; exposés; jeux de rôle; rédaction de CV et entraînement à l'entretien d'embauche; découverte de faits de société et d'éléments culturels des pays de langues allemande.

Compétence à acquérir :

Les étudiants seront répartis en groupes de niveau: débutants (étudiants n'ayant **jamais** suivi de cours d'allemand), "recommençants" (A1-A2) ou avancés (B-C).

groupes des étudiants recommençants ou des avancés : Le but visé est de rendre l'étudiant capable de communiquer dans le cadre de la vie de tous les jours, et si possible également dans celui du monde professionnel. Pour ce faire, on s'attachera non seulement à développer par des activités variées ses savoir-faire linguistiques fondamentaux dans les quatre domaines classiques (compréhension de l'écrit et expression écrite, compréhension orale et expression orale), mais aussi à lui donner des informations propres au monde germanophone afin de lui permettre de mieux connaître la culture des différents pays de langue allemande. Autant de connaissances qui permettront à l'étudiant de disposer d'atouts pour s'intégrer dans le monde du travail de l'aire germanophone.

Analyse complexe

ECTS : 4

Volume horaire : 39

Description du contenu de l'enseignement :

Fonctions holomorphes, intégrale de contour, théorème des résidus, séries entières complexes.

Compétence à acquérir :

Bases de l'analyse complexe.

Analyse fonctionnelle et analyse hilbertienne

ECTS : 6

Volume horaire : 58.5

Description du contenu de l'enseignement :

Fonctions Lp. Inégalités de Minkowski et de Hölder. Espace Lp, complétude, réciproque du théorème de convergence dominée. Théorèmes de densité des fonctions régulières.

Transformée de Fourier dans L1(R). Continuité, dérivabilité de la transformée de Fourier. Translation. Lemme de Riemann-

Lebesgue. Transformée de Fourier de la gaussienne. Injectivité. Inversion.
Produit de convolution dans $L^1(\mathbb{R})$. Généralisation : inégalité de Young. Bilinéarité, associativité, commutativité. Convolution et dérivation, et intégration. Translation. Lien entre convolution et transformée de Fourier.
Produit scalaire réel, hermitien. Identité du parallélogramme, polarisation.
Projection sur un convexe fermé. Cas d'un sous-espace vectoriel fermé. Théorème de Riesz.
Orthogonalité. Familles orthonormales. Inégalité de Bessel. Bases hilbertiennes. Espace de Hilbert séparable. Égalité de Parseval.
Application : transformée de Fourier dans L^2 .
Séries de Fourier. Polynômes trigonométriques. Densité dans L^2 . Séries de Fourier et régularité. Théorème de convergence simple de Dirichlet. Théorème de convergence uniforme. Phénomène de Gibbs.

Compétence à acquérir :

Acquérir des bases en analyse fonctionnelle et en analyse hilbertienne.
Se familiariser avec les espaces de fonctions classiques qui interviennent en probabilités et en analyse.
Étudier la transformée de Fourier sur L^1 et la convolution.
Se familiariser avec l'analyse hilbertienne, et l'appliquer à la transformée de Fourier dans L^2 et aux séries de Fourier.

Anglais 5

ECTS : 2

Volume horaire : 19.5

Description du contenu de l'enseignement :

Faire acquérir aux étudiants des connaissances linguistiques spécialisées leur permettant de fonctionner efficacement dans leur futur contexte professionnel. Parcours et progression différenciés par semestre. Utilisation large des ressources audiovisuelles (caméra).

Compétence à acquérir :

Faire acquérir aux étudiants des connaissances linguistiques spécialisées leur permettant de fonctionner efficacement dans leur futur contexte professionnel. Parcours et progression différenciés par semestre. Utilisation large des ressources audiovisuelles (caméra).

Anglais 6

ECTS : 2

Volume horaire : 19.5

Description du contenu de l'enseignement :

Groupes de niveau permettant de décliner compréhension et expression écrite (lettres de motivation, CV, mémos, rapports, synthèses) et compréhension et expression orale (vidéos, public speaking, présentations PP, entretiens, réunions).

Compétence à acquérir :

Faire acquérir aux étudiants des connaissances linguistiques spécialisées leur permettant de fonctionner efficacement dans leur futur contexte professionnel. Une expérience pilote déjà menée sur le Portfolio Européen des Langues (CercleS version for Higher Education, approuvée par le Conseil de l'Europe) est susceptible d'être élargie.
Parcours et progression différenciés selon les niveaux, utilisation large des ressources vidéo, laboratoire de langues, et NTICE du Centre de Ressources en Langues (utilisation de logiciels intégrée au cours et proposés en auto-formation).

Calcul différentiel et optimisation numérique

ECTS : 5

Volume horaire : 49.5

Calcul différentiel et équations différentielles

ECTS : 8

Volume horaire : 78

Espagnol 5&6

ECTS : 4

Volume horaire : 39

Description du contenu de l'enseignement :

Contenu variable selon le niveau du groupe, approche actionnelle : entraînement à la prise de parole en continu et en interaction (réagir, dialoguer) et à la compréhension écrite et orale : repérer les informations principales d'un texte, comprendre l'essentiel d'un document audio et/ou vidéo.

Le but visé est de rendre, à chaque niveau, l'étudiant capable de **communiquer** non seulement dans le cadre de la vie de tous les jours, mais aussi dans celui du monde professionnel avec des interlocuteurs natifs.

Les séances ont lieu toute l'année (cours annuel), et l'évaluation compte pour le semestre 6.

Compétence à acquérir :

Les étudiants seront répartis, après un test de rentrée, par groupes de niveau allant depuis le niveau A1 (débutants acceptés) jusqu'au niveau B2/C1.

Les activités seront adaptées en fonction du niveau des apprenants, l'objectif étant d'amener chaque étudiant, en fonction de son niveau de départ, à **développer son autonomie langagière**. Les étudiants s'entraîneront principalement à la compréhension et à la production orale. L'accent sera également mis sur la connaissance des conventions sociales et des référents culturels propres au monde hispanique.

Mode de contrôle des connaissances :

100% Contrôle continu.

Présence indispensable à tous les cours.

Introduction aux équations aux dérivées partielles

ECTS : 4

Volume horaire : 39

Intégrale de Lebesgue et probabilités

ECTS : 10

Volume horaire : 117

Description du contenu de l'enseignement :

INTÉGRALE DE LEBESGUE

1. Rappels sur l'intégrale de Riemann.
2. Fonctions Riemann-intégrables, fonction caractéristique de Q
3. Tribu, tribu engendrée, tribu borélienne sur \mathbb{R} , sur la droite achevée et sur \mathbb{R}^n , tribu produit
4. Tribu réciproque ("tribu engendrée par une v.a."), tribu image
5. Mesures positives, probabilités
6. Fonctions mesurables, lien avec la continuité, opérations sur les fonctions mesurables, mesure image
7. Classe monotone, exemple : unicité de la mesure de Lebesgue
8. Fonctions étagées, intégrale des fonctions étagées positives
9. Approximation des fonctions mesurables par des fonctions étagées, intégrale des fonctions mesurables
10. Lemme de Fatou, théorème de convergence monotone
11. Fonctions intégrables, théorème de convergence dominée
12. Intégrales dépendant d'un paramètre
13. Lien avec le calcul différentiel
14. Lien avec l'intégrale de Riemann
15. Espaces L^1 et L^2 , complétude
16. Espaces L^p , inégalités de Hölder, Jensen, Minkowski
17. Mesures produit
18. Théorème de Fubini
19. Formule du changement de variables

PROBABILITÉS

1. Espace de probabilité. Variable aléatoire et loi d'une variable aléatoire. Variables discrètes ou à densité
2. Espérance et loi d'une variable aléatoire, lois marginales
3. Moments d'ordre p , variance, inégalités associées
4. Fonction caractéristique, caractérisation de la loi, exemples
5. Indépendance
6. Loi produit, caractérisations de l'indépendance
7. Regroupements par paquets, indépendance dans le cadre d'une famille infinie
8. Lemme de Borel-Cantelli, loi faible des grands nombres, loi du 0-1
9. Notions de convergence
10. Implications entre les modes de convergence
11. Loi forte des grands nombres
12. Convergence en probabilités
13. Théorème central limite
14. Vecteurs gaussiens
15. Espérance conditionnelle dans L2
16. Théorème de Radon-Nikodym
17. Espérance conditionnelle dans L1

Compétence à acquérir :

Introduction à l'intégrale de Lebesgue et à la théorie des probabilités.

Mode de contrôle des connaissances :

Deux épreuves écrites

Bibliographie, lectures recommandées :

Philippe Barbe et Michel Ledoux : « Probabilité »

Machine learning

ECTS : 4

Volume horaire : 36

Microéconomie : concurrence imparfaite

ECTS : 4

Volume horaire : 39

Description du contenu de l'enseignement :

1. Monopole, monopsonne : performance et régulation
2. Oligopole : modèles de Bertrand, Cournot
3. Différenciation des produits : prix et qualités
4. Collusion : forme et stabilité des ententes
5. Relations verticales : contrôle des fournisseurs et distributeurs
6. Publicité

[Éventuellement. 7. Réseaux : transports, télécom, logiciels, etc.]

Compétence à acquérir :

Étude du comportement stratégique des entreprises et des conséquences sur les performances des marchés. La diversité très grande des situations d'imperfection de la concurrence permet de saisir la richesse de l'économie industrielle et sa pertinence pour la compréhension de questions d'actualité.

Mode de contrôle des connaissances :

Un contrôle continu sur table.

Un examen final sur table.

Mécanique quantique

ECTS : 4

Volume horaire : 39

Produits dérivés et gestion des risques

ECTS : 4

Volume horaire : 39

Description du contenu de l'enseignement :

1. Rappel du modèle binomial, notion de probabilité risque neutre.
2. Théorie de l'arbitrage dans un modèle à une période.
3. Marché complet et unicité de la probabilité risque neutre.
4. Sélection de probabilité risque neutre via la maximisation d'utilité.
5. Théorie de l'arbitrage dynamique (multi-périodes).
6. Options Américaines.

Compétence à acquérir :

Présenter les méthodes de mesure et d'analyse des stratégies de gestion des produits dérivés et des risques financiers.

Programmation linéaire

ECTS : 4

Volume horaire : 36

Description du contenu de l'enseignement :

Modélisation en termes de programmes linéaires, aspects géométriques.

Méthode graphique.

Algorithme du simplexe (méthode par pivot de Gauss (méthode du tableau) et méthode par substitution (dictionnaire).

Introduction à la dualité : définitions et interprétation du problème dual, utilisation des théorèmes faible et fort de la dualité, et théorème des écarts complémentaires.

Utilisation d'un solveur (AMPL, Cplex, GLPK...)

Compétence à acquérir :

Initier les étudiants à la modélisation à l'aide de la programmation linéaire et les former pour la résolution des programmes linéaires.

Sport 5&6

ECTS : 4

Statistical modelling

ECTS : 6

Volume horaire : 49.5

Description du contenu de l'enseignement :

- Statistics, the what and why
- Probabilistic models for statistics
- Glivenko-Cantelli theorem, Monte Carlo principles, and the bootstrap
- Likelihood function, statistical information, and likelihood inference
- Bayesian inference

Compétence à acquérir :

This course is the first part of the two L3 statistics courses. It covers the fundamentals of parametric statistics, both from mathematical and methodological points of view, with some forays into computational statistics. The main theme is that modelling is an inherent part of the statistical practice, rather than an antecedent to the statistical step. Data may be a given, while models almost never are. This means one should keep a critical eye about models and develop critical tools to assess their adequation. Including, first and foremost, an assessment by simulation (Monte Carlo) methods. The course is entirely in English, except for the partial and final exams. Some practicals (TP) will be included, covering R language programming and applications to the bootstrap and Monte Carlo methodologies.

Mode de contrôle des connaissances :

Mid-term exam and final exam, potentially completed by quizzes and projects along the semester

Bibliographie, lectures recommandées :

Casella and Berger (1989) Statistical Inference. Duxbury.

Statistique mathématique

ECTS : 4

Volume horaire : 39

Description du contenu de l'enseignement :

- Outils de probabilité
- Concepts fondamentaux de la statistique
- Estimation ponctuelle
- Intervalles et régions de confiance
- Tests d'hypothèses - Généralités
- Tests fondés sur la vraisemblance
- Tests asymptotiques - Tests du Chi²

Compétence à acquérir :

Ce cours reprend et complète le cours du premier semestre « Statistical modelling » sous l'angle théorique de la décision en statistique mathématique. Les principales notions abordées sont l'estimation paramétrique, les régions de confiance et les tests statistiques.

Mode de contrôle des connaissances :

Examen sur table

Théorie des jeux

ECTS : 4

Volume horaire : 39

Description du contenu de l'enseignement :

1. Éléments de théorie de la décision. Représentation d'une situation d'interaction stratégique (forme stratégique, forme extensive, stratégies mixtes et de comportement, équivalence dans les jeux à mémoire parfaite). Rationalité bayésienne, connaissance partagée et connaissance commune.
2. Forme stratégique : stratégies dominantes, dominées, itérativement dominées. Meilleure réponse, équilibre de Nash, existence dans les jeux finis. Optimalité de Pareto. Jeux classiques.
3. Jeux à somme nulle, valeur, théorème du MinMax.
4. Forme extensive : induction amont, théorème de Zermelo, équilibre sous-jeux parfait.
5. Jeux répétés, coopération endogène.
6. Équilibres corrélés.

Compétence à acquérir :

Introduction à la théorie des jeux et à l'approche stratégique de la microéconomie.

Économie dans l'incertain

ECTS : 4

Volume horaire : 39

Description du contenu de l'enseignement :

1. Choix en environnement risqué et théorie de von Neumann Morgenstern (vNM). (Préférences sur les loteries ; axiomatique de vNM ; théorème de l'espérance d'utilité ; limites de la théorie vNM : paradoxes d'Allais et d'Ellsberg).
2. Aversion pour le risque (Définition et mesure ; notion d'équivalent certain ; comparaison des aversions au risque).
3. Comparaison des risques : dominance stochastique d'ordre 1 et d'ordre 2.
4. Applications (demande d'actif risqué en Finance, théorème d'Arrow en assurance...).

Compétence à acquérir :

Ce cours est un cours d'économie du risque : modélisation du problème de choix en environnement incertain et applications en finance et en assurance.

Université Paris Dauphine - PSL - Place du Maréchal de Lattre de Tassigny - 75775 PARIS Cedex 16 - 21/11/2024