

Année universitaire 2024/2025

Mathématiques et Applications - 1re année de Master - Majeure Actuariat

Crédits ECTS : 60

LES OBJECTIFS DE LA FORMATION

La majeure "Actuariat" propose une introduction aux mathématiques de l'assurance : modélisation des risques "vie" et "non-vie"; introduction au provisionnement; théorie de la crédibilité et théorie de la ruine.

Les débouchés naturels sont les Masters 2 en actuariat (M2 Actuariat) ou en ingénierie mathématique (M2 ISF, classique ou apprentissage).

Un "English Track" est proposé aux étudiants, qui peuvent ainsi suivre la plupart des cours et des TD en anglais.

Les objectifs de la formation :

- Acquérir de solides connaissances en mathématiques appliquées (probabilités et statistiques, optimisation et analyse numérique).
- Découvrir l'activité en mathématiques et se confronter à des problématiques ouvertes et actuelles.
- Développer les compétences de nos étudiantes et étudiants par la consolidation des fondements théoriques et pratiques en analyse (analyse fonctionnelle, calcul numérique, ...)
- Permettre l'ouverture à d'autres disciplines (finance et actuariat).

PRÉ-REQUIS OBLIGATOIRES

- Titulaires d'un diplôme BAC+3 (180 crédits ECTS) ou équivalent à Dauphine, d'une université ou d'un autre établissement de l'enseignement supérieur dans les domaines suivants : cursus scientifique, mathématiques.
- Attestation de maîtrise de la langue française pour les étudiantes et étudiants étrangers.

PROGRAMME DE LA FORMATION

- Semestre 1
 - UE Fondamentales S1
 - Discrete processes
 - Linear models and generalizations
 - Optimization
 - Analyse des données
 - UE de majeure Actuariat S1
 - Portfolio management
 - Actuariat 1
 - UE Complémentaires S1
 - Anglais 1
 - UE Optionnelles S1
 - Série temporelles
 - Monte-Carlo methods

- Semestre 2
 - UE Fondamentales S2
 - Brownian motion and evaluation of contingent claims
 - Poisson process
 - Statistical learning
 - UE de majeure Actuariat S2
 - Actuariat 2
 - Comptabilité de l'entreprise
 - UE Complémentaires S2
 - Anglais 2
 - Mémoire de M1
 - UE Optionnelles S2
 - Statistique non paramétrique
 - Méthodes numériques : problèmes dépendant du temps
 - Numerical optimization
 - Certificat
 - SAS, Excel, Matlab

DESCRIPTION DE CHAQUE ENSEIGNEMENT

Actuariat 1

ECTS : 37.5

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

Présenter les notions et mécanismes de base de l'assurance, typologie des modèles.

Principe de calculs des primes et comparaison des risques.

Modélisation des risques non-vie (la fréquence des sinistres, les coûts des sinistres).

Modélisation des risques vie (probabilité viagère, valeur actuelle probable).

Éléments sur la modélisation du montant cumulé des sinistres (mutualisation et agrégation).

Compétence à acquérir :

Présenter les méthodes quantitatives de base dont dispose l'assureur pour la modélisation, la tarification et l'évaluation prévisionnelle des dépenses d'indemnisation des sinistres. Ces méthodes permettent, notamment de déterminer le montant des primes et de décider le montant de capital au risque.

Mode de contrôle des connaissances :

1 examen terminal et 1 examen partiel

Actuariat 2

ECTS : 4

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

1. Introduction au provisionnement en assurance
 1. Provisionnement en assurance non vie : PSAP, méthodes algorithmiques, méthodes stochastiques
 2. Provisionnement en assurance vie : formule prospective et rétrospective
2. Théorie de la crédibilité

1. Crédibilité bayésienne de Jewell
2. Crédibilité linéaire de Buhlmann-Straub
3. Théorie de la ruine
 1. Convergence, martingale, formule
 2. Formule explicite Poisson composée
 3. Approximations et borne de Cramer-Lundberg
 4. Impact de la loi de sévérité sur la probabilité de ruine

Compétence à acquérir :

Étude de trois problématiques classiques en assurance : la théorie de la ruine (et les processus stochastiques associés), l'introduction au provisionnement vie et non-vie, et la théorie de la crédibilité.

Mode de contrôle des connaissances :

1 examen terminal et 1 examen partiel

Analyse des données

ECTS : 4

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

Généralités sur l'analyse des données, tableaux, problèmes de codages.

Nuages de points et caractéristiques associées.

Analyse en Composantes Principales.

Analyse Factorielle sur Tableaux de Distances.

Analyse Factorielle des Correspondances.

Analyse des Correspondances Multiples.

Compétence à acquérir :

Donner les notions de base de l'analyse des données.

Mode de contrôle des connaissances :

Partiel au milieu du semestre et un examen final.

Bibliographie, lectures recommandées :

"Probabilités, analyse de données et Statistique" Gilbert Saporta, éditions Technip

Anglais 1

ECTS : 2

Description du contenu de l'enseignement :

Contenu : professionnels, culturels, d'actualité et de société

Forme : débats, jeux de rôles, quiz et activités ludiques

Méthodologie : prise de parole en public, travail sur l'expression orale

Thématiques au programme: Inclusion & exclusion, Thinking outside the box

Compétence à acquérir :

Savoir s'exprimer à l'oral

Améliorer ses compétences langagières et communicationnelles

Enrichir son vocabulaire

Développer sa créativité

Travailler en équipe

Mode de contrôle des connaissances :

100% contrôle continu

3 notes : jeu de rôles +présentation orale + note d'oral

Anglais 2

ECTS : 2

Description du contenu de l'enseignement :

Contenu : professionnel, culturel, d'actualité et de société

Forme : débats, jeux de rôles, quiz et activités ludiques

Méthodologie : prise de parole en public, travail sur l'expression orale

Thématique au programme: The professional world, Finance

Compétence à acquérir :

Savoir s'exprimer à l'oral

Améliorer ses compétences langagières et communicationnelles

Enrichir son vocabulaire

Développer sa créativité

Travailler en équipe

Mode de contrôle des connaissances :

100% contrôle continu

3 notes : jeu de rôles +présentation orale + note d'oral

Brownian motion and evaluation of contingent claims

ECTS : 4

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

Évaluation d'actifs contingents en absence d'opportunités d'arbitrage : cadre du temps discret opportunités d'arbitrage ; stratégies de réplcation et évaluation ; modèle de Cox-Ross et Rubinstein.

Introduction au calcul stochastique en temps continu (mouvement Brownien ; intégrale d'Itô).

Modèle de Black et Scholes (modèle de marché en temps continu ; équation de Black et Scholes et prix d'options ; définition et utilisation des grecques).

Compétence à acquérir :

Étude du mouvement Brownien et son utilisation pour la modélisation des prix des actifs financiers. Présenter la méthodologie de l'évaluation d'actifs en Absence d'opportunités d'Arbitrage dans des modèles en temps continu et présenter le modèle de Black et Scholes.

Comptabilité de l'entreprise

ECTS : 4

Description du contenu de l'enseignement :

Sur la base d'une approche pédagogique fondée sur des exercices pratiques et des études de cas, l'étudiant acquiert les bases de la finance d'entreprise et les clés d'appréciation de leur santé financière, en particulier :

- La compréhension du langage comptable, c'est-à-dire des écritures d'enregistrement et des agrégats du compte de résultat et du bilan.
- La connaissance des méthodes de valorisation des actifs et des passifs, en particulier des provisions.
- L'analyse de la rentabilité et de la capacité d'autofinancement d'une entreprise.
- La présentation des règles essentielles en matière de consolidation de comptes.
- Des repères en matière de fiscalité et d'IFRS.

Déroulement des cours :

- Avant la séance. Des exercices simples de compréhension ou d'application sont à effectuer pour permettre aux étudiants de contrôler leurs acquis.
- Pendant la séance. Les concepts éventuels sont rappelés, approfondis, voire réexpliqués si nécessaire. Des exercices ou cas préparés par écrit sont discutés et expliqués. Leur préparation effective par les étudiants est contrôlée.
- Après la séance. Des pistes d'approfondissement, de réflexion et d'ouverture sont proposées pour permettre aux étudiants de faire le lien entre le cours, son cadre conceptuel et la réalité des entreprises.

Compétence à acquérir :

La comptabilité est un système d'organisation de l'information financière qui permet de saisir, classer et enregistrer des données chiffrées. Sa finalité est de réaliser des états à destination de tous les interlocuteurs d'une entité économique, qu'ils soient externes (administration fiscale, clients, créanciers, banques, marchés financiers), ou internes (dirigeants, gestionnaires, salariés).

Le cours d'analyse financière s'attache à apporter les bases indispensables que tout étudiant doit posséder pour connaître et comprendre les principales normes et techniques comptables applicables aux entreprises dans le cadre du plan comptable général.

Certaines divergences entre les conventions internationales (IFRS) et nationales (françaises) seront évoquées à titre d'illustration.

Discrete processes

ECTS : 4

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

Espérance conditionnelle.

Martingales. Stratégies. Convergence des martingales. Arrêt optionnel.

Chaînes de Markov.

Compétence à acquérir :

Introduction à la modélisation aléatoire dynamique.

Linear models and generalizations

ECTS : 4

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

TP : 7h30

Modèle linéaire (gaussien et non gaussien) : estimateur des moindres carrés ordinaire, intervalles de confiance et de prédiction, test de Student et test de Fisher.

Critères de sélection de modèle (Cp de Mallows, AIC, BIC) et procédures de sélection de variables (forward, backward).

Analyse de la variance à un et deux facteurs.

Modèles linéaires généralisés, formalisation, modèles logit, probit, tobit et généralisations.

Compétence à acquérir :

Ce cours vise à décrire la construction et l'analyse des divers modèles paramétriques de régression linéaire et non-linéaire reliant un groupe de variables explicatives à une variable expliquée. Il inclut également des TP en R.

Mode de contrôle des connaissances :

Partiel, examen et projet.

Monte-Carlo methods

ECTS : 4

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 10h30

TD : 6h00

TP : 24h00

- Introduction de la méthode de Monte-Carlo
- Méthodes de simulation de variables aléatoires
- Techniques de réduction de variance

Compétence à acquérir :

L'objectif de ce cours est d'introduire les méthodes dites de Monte-Carlo. Ces méthodes sont utilisées pour calculer des espérances (et par extension des intégrales) par simulation de variables aléatoires. La simplicité de la méthode, sa flexibilité et son efficacité pour les problèmes en grande dimension en font un outil intéressant pour des domaines d'applications variés allant de la physique à la finance de marché. L'objectif de ce cours est non seulement de fournir les bases théoriques des méthodes de Monte-Carlo, mais aussi de fournir les outils pour leur utilisation pratique.

Mode de contrôle des connaissances :

- Examen écrit (70% de la note finale)
- Contrôle continu (30% de la note finale). Le contrôle continu se compose d'un projet à la maison et d'un TP noté en séance, tous deux à réaliser avec le langage de programmation R.

Bibliographie, lectures recommandées :

- C.P.Robert and G.Casella. Monte Carlo Statistical Methods. Springer Texts in Statistics. Springer-Verlag New York, 2^e édition, 2004.
- B. Ycart. Modèles et Algorithmes Markoviens, volume 39 of Mathématiques et Applications. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2002.

Mémoire de M1

ECTS : 4

Description du contenu de l'enseignement :

Rédaction d'un projet par groupe de 2 ou 3 étudiants sur un thème proposé par un enseignant de la majeure suivie.

Compétence à acquérir :

Approfondissement et/ou la mise en pratique d'un thème de la majeure suivie à travers la rédaction d'un projet.

Méthodes numériques : problèmes dépendant du temps

ECTS : 4

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé : CM : 16h30, TD : 12h00, TP : 12h00

- Introduction
- Équations Différentielles Ordinaires : Euler Implicite, Runge Kutta, consistance, stabilité, A-stabilité
- applications des EDO : épidémiologie
- Calcul de dérivée et contrôle: graphe computationnel, différentiation automatique
- application du calcul de dérivée: deep learning
- Équations Différentielles Stochastiques : Euler Maruyama, Milstein
- applications de EDS: calcul d'options en finance sur modèle log-normal

Compétence à acquérir :

Présentation de méthodes de résolution numérique des problèmes d'évolution et d'éléments d'analyse numérique. Cours théorique mais aussi une forte partie implementation (en python).

Bibliographie, lectures recommandées :

[site de Gabriel Turinici \(aller au cours en question\)](#)

Numerical optimization

ECTS : 4

Optimization

ECTS : 4

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

Optimisation dans \mathbb{R}^n (cas général et cas convexe).

Optimisation sous contraintes d'égalités et d'inégalités : KKT, cas convexe, lemme de Farkas, dualité, méthodes numériques (gradient projeté, Usawa).

Programmation dynamique en temps discret (problèmes en horizon fini, problèmes en horizon infini avec coût escompté).

Calcul des variations. Introduction à la théorie du contrôle optimal (principe de Pontriaguine, équation de Hamilton-Jacobi-Bellman).

Compétence à acquérir :

L'objectif de ce cours est d'étudier, d'une part, l'optimisation sous contraintes dans \mathbb{R}^n et, d'autre part, les techniques de programmation dynamique déterministe qui sont fondamentales dans les applications.

Mode de contrôle des connaissances :

Examen sur table (mi-semester et fin de semester).

Poisson process

ECTS : 4

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

- Définitions et propriétés importantes des processus de Poisson (loi jointe des temps sauts, comportements asymptotiques).

- Définitions et propriétés importantes des processus de Markov à espace d'états dénombrable.

Compétence à acquérir :

Introduction des processus à temps continus fondamentaux en probabilités, tels que les chaînes de Markov à espace d'états dénombrable.

Portfolio management

ECTS : 4

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

Théorie de Markowitz pour le choix de portefeuille (critère moyenne-variance ; notion de portefeuille efficient ; mesure de risque : la Value at Risk)

Le Modèle d'Équilibre Des Actifs Financiers (MEDAF) (équilibre du marché ; notion de portefeuille de marché et application à la gestion de SICAV ; mesure de performance et notion de beta d'un portefeuille).

APT et modèles à facteurs : fondements et pratiques empiriques. Critique empirique du CAPM. L'approche de Ross. Bases d'un modèle statique à facteurs. Mises en œuvre empiriques, difficultés pratiques. Interprétations économiques des facteurs. Conséquences pour la gestion.

Assurance de portefeuille.

Compétence à acquérir :

Ce cours est une introduction aux méthodes quantitatives de traitement des données financières et de gestion de portefeuille.

L'objectif du cours est de donner un bagage minimal en théorie moderne de la gestion quantitative afin de pouvoir traiter des problèmes pratiques de finance de marché et d'aborder les cours plus spécialisés de finance ou d'économétrie.

SAS, Excel, Matlab

ECTS : 0

Description du contenu de l'enseignement :

Apprentissage de SAS, Excel, Matlab.

Compétence à acquérir :

Mise à niveau sur les logiciels SAS, Excel, Matlab, susceptibles d'être utilisés en projet et souvent exigés pour les stages.

Mode de contrôle des connaissances :

QCM en fin de cours

Statistical learning

ECTS : 4

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

- Introduction à l'apprentissage statistique : Apprentissage supervisé/non-supervisé, Régression et Classification, Procédure générale d'apprentissage, Évaluation du modèle, Sur et Sous-apprentissage.
- Méthode des K plus proches voisins et notion de "curse of dimensionality".
- Régression linéaire en grande dimension, sélection des variables et régularisation du modèle (Ridge et Lasso).
- Méthodes classiques pour la classification supervisée.
- Algorithme du gradient (descente classique, stochastique et mini-batch) (optionnel).
- (Non-supervisé) K-means clustering.

Compétence à acquérir :

Connaître les bases de l'apprentissage statistique et les méthodes les plus courantes, en particulier dans un contexte de grande dimension.

Mode de contrôle des connaissances :

Examen partiel, Projet (en Python), Examen Final

Statistique non paramétrique

ECTS : 4

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

- 1 Introduction et rappels
- 2 Estimation de la fonction de répartition
- 3 Tests robustes
- 4 Estimation de densités par estimateurs à noyau
- 5 Régression non paramétrique

Compétence à acquérir :

Décrire les méthodes d'analyse statistique qui permettent de s'affranchir de la connaissance d'un modèle de forme trop contraint; prise de conscience des hypothèses de modélisation.

Série temporelles

ECTS : 4

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

Échantillonnage

Quantification

Compression sans perte et correction d'erreurs

L'algorithme FFT

Filtres numériques

Conception de filtres numériques

Compression avec perte, introduction au MP3

Compétence à acquérir :

Comprendre les mathématiques du filtrage et du traitement de l'information et les principes de la numérisation des signaux.

Avoir une vision globale des techniques du traitement de l'information.
