

Année universitaire 2024/2025

Mathématiques et Applications - 1^{re} année de Master - Majeure statistiques

Crédits ECTS : 60

LES OBJECTIFS DE LA FORMATION

La majeure "Statistiques" propose un approfondissement dans le domaine des statistiques d'un point de vue mathématique et méthodologique (introduction à l'apprentissage statistique, méthodes de Monte-Carlo, statistiques non paramétriques, séries temporelles,...) avec des applications pratiques (Journées MIDO-IPJ).

Les débouchés naturels sont les Masters 2 en Sciences des données (M2 MASH) et en ingénierie mathématique (M2 ISF, classique ou apprentissage)

Un "English Track" est proposé aux étudiants, qui peuvent ainsi suivre la plupart des cours et des TD en anglais.

Les objectifs de la formation :

- Acquérir de solides connaissances de niveau master en mathématiques appliquées (probabilité et statistique, optimisation et analyse numérique) ;
- Permettre de découvrir, l'activité en mathématiques en se confrontant à des problématiques ouvertes et actuelles.

PRÉ-REQUIS OBLIGATOIRES

- Titulaires d'un diplôme BAC+3 (180 crédits ECTS) ou équivalent à Dauphine, d'une université ou d'un autre établissement de l'enseignement supérieur dans les domaines suivants : cursus scientifique, mathématiques
- Attestation de maîtrise de la langue française pour les étudiantes et étudiants étrangers

PROGRAMME DE LA FORMATION

- Semestre 1
 - UE Fondamentales S1
 - Discrete processes
 - Linear models and generalizations
 - Optimization
 - Analyse des données
 - UE de majeure Statistiques S1
 - Série temporelles
 - Monte-Carlo methods
 - UE Complémentaires S1
 - Anglais 1
 - UE Optionnelles majeure Statistiques S1
 - Actuariat 1
 - Portfolio management
 - Control of Markov chains
- Semestre 2

- UE Fondamentales S2
 - Brownian motion and evaluation of contingent claims
 - Poisson process
 - Statistical learning
- UE de majeure Statistiques S2
 - Statistique non paramétrique
 - Journées MIDO-IPJ
 - Méthodes numériques : problèmes dépendant du temps
- UE Optionnelles majeure Statistiques S2
 - Advanced convex analysis
 - Actuariat 2
 - Comptabilité de l'entreprise
 - Allemand 1&2
 - Espagnol 1&2
 - Numerical optimization
- Certificat
 - SAS, Excel, Matlab

DESCRIPTION DE CHAQUE ENSEIGNEMENT

Actuariat 1

ECTS : 4

Volume horaire : 37.5

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

Présenter les notions et mécanismes de base de l'assurance, typologie des modèles.

Principe de calculs des primes et comparaison des risques.

Modélisation des risques non-vie (la fréquence des sinistres, les coûts des sinistres).

Modélisation des risques vie (probabilité viagère, valeur actuelle probable).

Éléments sur la modélisation du montant cumulé des sinistres (mutualisation et agrégation).

Compétence à acquérir :

Présenter les méthodes quantitatives de base dont dispose l'assureur pour la modélisation, la tarification et l'évaluation prévisionnelle des dépenses d'indemnisation des sinistres. Ces méthodes permettent, notamment de déterminer le montant des primes et de décider le montant de capital au risque.

Mode de contrôle des connaissances :

1 examen terminal et 1 examen partiel

Actuariat 2

ECTS : 4

Volume horaire : 39

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

1. Introduction au provisionnement en assurance

1. Provisionnement en assurance non vie : PSAP, méthodes algorithmiques, méthodes stochastiques

2. Provisionnement en assurance vie : formule prospective et rétrospective
2. Théorie de la crédibilité
 1. Crédibilité bayésienne de Jewell
 2. Crédibilité linéaire de Buhlmann-Straub
3. Théorie de la ruine
 1. Convergence, martingale, formule
 2. Formule explicite Poisson composée
 3. Approximations et borne de Cramer-Lundberg
 4. Impact de la loi de sévérité sur la probabilité de ruine

Compétence à acquérir :

Étude de trois problématiques classiques en assurance : la théorie de la ruine (et les processus stochastiques associés), l'introduction au provisionnement vie et non-vie, et la théorie de la crédibilité.

Mode de contrôle des connaissances :

1 examen terminal et 1 examen partiel

Advanced convex analysis

ECTS : 4

Volume horaire : 39

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

1. Ensembles convexes : intérieur, fermeture, intérieur relatif, hyperplans d'appui, points extrémaux, faces, cône normal, jauge...
2. Fonctions convexes : sous-différentiel, régularité, structure des ensembles singuliers, opérateurs cycliquement monotones.
3. Hahn-Banach analytique et géométrique, applications (théorèmes de séparation, Farkas et Krein-Millman).
4. Optimisation : transformée de Legendre-Fenchel, dualité, conditions KKT, théorème de Fenchel-Rockafellar, application au transport optimal.
5. Convexité et convergence faible (dans les espaces de Hilbert), application aux algorithmes proximaux (point proximal, gradient proximal et son accélération)

Compétence à acquérir :

Introduction aux principaux aspects de l'analyse convexe (géométrique, analytiques) et à ses applications en optimisation.

Allemand 1&2

ECTS : 4

Volume horaire : 19.5

Description du contenu de l'enseignement :

Selon le groupe de niveau :

débutants: apprentissage de langue de tous les jours, qui permet faire passer des informations simples et de répondre à des besoins concrets (comme faire ses courses); découverte de faits de société et d'éléments culturels des pays de langues allemande

"recommençants": réactivation des savoirs acquis dans le secondaire; approfondissement des compétences écrites et orales; grammaire; exposés; jeux de rôle; découverte de faits de société et d'éléments culturels des pays de langues allemande

avancés: approfondissement des compétences écrites et orales à partir de documents authentiques ; grammaire; exposés; jeux de rôle; rédaction de CV et entraînement à l'entretien d'embauche; découverte de faits de société et d'éléments culturels des pays de langues allemande

Compétence à acquérir :

Les étudiants seront répartis en groupes de niveau: débutants (étudiants n'ayant **jamais** suivi de cours d'allemand), "recommençants" (A1-A2) ou avancés (B-C).

groupes des étudiants recommençants ou des avancés : Le but visé est de rendre l'étudiant capable de communiquer dans le cadre de la vie de tous les jours, et si possible également dans celui du monde professionnel. Pour ce faire, on s'attachera non seulement à développer par des activités variées ses savoir-faire linguistiques fondamentaux dans les quatre domaines classiques (compréhension de l'écrit et expression écrite, compréhension orale et expression orale), mais aussi à lui donner des informations propres au monde germanophone afin de lui permettre de mieux connaître la culture des différents pays de langue allemande. Autant de connaissances qui permettront à l'étudiant de disposer d'atouts pour s'intégrer dans le monde du travail de l'aire germanophone.

Mode de contrôle des connaissances :

100% contrôle continu

Bibliographie, lectures recommandées :

Des conseils de lecture et des adresses de sites internet seront fournis à la rentrée par l'enseignant.

Analyse des données

ECTS : 4

Volume horaire : 37.5

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

Généralités sur l'analyse des données, tableaux, problèmes de codages.

Nuages de points et caractéristiques associées.

Analyse en Composantes Principales.

Analyse Factorielle sur Tableaux de Distances.

Analyse Factorielle des Correspondances.

Analyse des Correspondances Multiples.

Compétence à acquérir :

Donner les notions de base de l'analyse des données.

Mode de contrôle des connaissances :

Partiel au milieu du semestre et un examen final.

Bibliographie, lectures recommandées :

"Probabilités, analyse de données et Statistique" Gilbert Saporta, éditions Technip

Anglais 1

ECTS : 2

Volume horaire : 19.5

Description du contenu de l'enseignement :

Contenu : professionnels, culturels, d'actualité et de société

Forme : débats, jeux de rôles, quiz et activités ludiques

Méthodologie : prise de parole en public, travail sur l'expression orale

Thématiques au programme: Inclusion & exclusion, Thinking outside the box

Compétence à acquérir :

Savoir s'exprimer à l'oral

Améliorer ses compétences langagières et communicationnelles

Enrichir son vocabulaire

Développer sa créativité

Travailler en équipe

Mode de contrôle des connaissances :

100% contrôle continu

3 notes : jeu de rôles +présentation orale + note d'oral

Brownian motion and evaluation of contingent claims

ECTS : 4

Volume horaire : 39

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

Évaluation d'actifs contingents en absence d'opportunités d'arbitrage : cadre du temps discret opportunités d'arbitrage ; stratégies de réplcation et évaluation ; modèle de Cox-Ross et Rubinstein.

Introduction au calcul stochastique en temps continu (mouvement Brownien ; intégrale d'Itô).

Modèle de Black et Scholes (modèle de marché en temps continu ; équation de Black et Scholes et prix d'options ; définition et utilisation des grecques).

Compétence à acquérir :

Étude du mouvement Brownien et son utilisation pour la modélisation des prix des actifs financiers. Présenter la méthodologie de l'évaluation d'actifs en Absence d'opportunités d'Arbitrage dans des modèles en temps continu et présenter le modèle de Black et Scholes.

Comptabilité de l'entreprise

ECTS : 4

Volume horaire : 39

Description du contenu de l'enseignement :

Sur la base d'une approche pédagogique fondée sur des exercices pratiques et des études de cas, l'étudiant acquiert les bases de la finance d'entreprise et les clés d'appréciation de leur santé financière, en particulier :

- La compréhension du langage comptable, c'est-à-dire des écritures d'enregistrement et des agrégats du compte de résultat et du bilan.
- La connaissance des méthodes de valorisation des actifs et des passifs, en particulier des provisions.
- L'analyse de la rentabilité et de la capacité d'autofinancement d'une entreprise.
- La présentation des règles essentielles en matière de consolidation de comptes.
- Des repères en matière de fiscalité et d'IFRS.

Déroulement des cours :

- Avant la séance. Des exercices simples de compréhension ou d'application sont à effectuer pour permettre aux étudiants de contrôler leurs acquis.
- Pendant la séance. Les concepts éventuels sont rappelés, approfondis, voire réexpliqués si nécessaire. Des exercices ou cas préparés par écrit sont discutés et expliqués. Leur préparation effective par les étudiants est contrôlée.
- Après la séance. Des pistes d'approfondissement, de réflexion et d'ouverture sont proposées pour permettre aux étudiants de faire le lien entre le cours, son cadre conceptuel et la réalité des entreprises.

Compétence à acquérir :

La comptabilité est un système d'organisation de l'information financière qui permet de saisir, classer et enregistrer des données chiffrées. Sa finalité est de réaliser des états à destination de tous les interlocuteurs d'une entité économique, qu'ils soient externes (administration fiscale, clients, créanciers, banques, marchés financiers), ou internes (dirigeants, gestionnaires, salariés).

Le cours d'analyse financière s'attache à apporter les bases indispensables que tout étudiant doit posséder pour connaître et comprendre les principales normes et techniques comptables applicables aux entreprises dans le cadre du plan comptable général.

Certaines divergences entre les conventions internationales (IFRS) et nationales (françaises) seront évoquées à titre d'illustration.

Control of Markov chains

ECTS : 4

Volume horaire : 39

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

Rappels et compléments sur les chaînes de Markov et les temps d'arrêt.

Analyse du problème d'arrêt optimal en horizon fini.

Stratégies optimales et chaînes de Markov contrôlées.

Compétence à acquérir :

Introduire à travers l'étude de cas simples les idées du contrôle stochastique et montrer l'importance de ces idées dans des applications courantes, en finance notamment.

Discrete processes

ECTS : 4

Volume horaire : 37.5

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

Espérance conditionnelle.

Martingales. Stratégies. Convergence des martingales. Arrêt optionnel.

Chaînes de Markov.

Compétence à acquérir :

Introduction à la modélisation aléatoire dynamique.

Espagnol 1&2

ECTS : 4

Volume horaire : 39

Description du contenu de l'enseignement :

Contenu selon le niveau du groupe, approche actionnelle : entraînement à la prise de parole en continu et en interaction (réagir, dialoguer) et à la compréhension écrite et orale : repérer les informations principales d'un texte, comprendre l'essentiel d'un document audio et/ou vidéo.

Le but visé est de rendre, à chaque niveau, l'étudiant capable de **communiquer** non seulement dans le cadre de la vie de tous les jours, mais aussi dans celui du monde professionnel avec des interlocuteurs natifs.

Compétence à acquérir :

Les étudiants seront divisés par groupes de niveau à l'issue d'un test qui sera organisé en début d'année (débutants acceptés).

Les activités seront adaptées en fonction du niveau des apprenants (depuis le niveau A1 jusqu'au niveau B2/C1, en fonction du groupe d'affectation). Les étudiants s'entraîneront principalement à la compréhension et à la production orale. L'objectif sera d'amener chaque étudiant, en fonction de son niveau de départ, à **développer son autonomie langagière**. L'accent sera également mis sur la connaissance des conventions sociales et des référents culturels propres au monde hispanique.

Mode de contrôle des connaissances :

100% Contrôle Continu

Présence requise à tous les cours (cours annuel, inscription pour les semestres 1 & 2).

Journées MIDO-IPJ

ECTS : 0

Description du contenu de l'enseignement :

Le cours est effectué conjointement avec les étudiants de l'Institut Pratique de Journalisme, sur un thème qui change chaque année (le logement, l'énergie, la pauvreté...). Trois heures de cours magistral sont consacrées au thème d'application et la méthodologie. Ensuite, les étudiants sont répartis en groupe d'environ 4 mathématiciennes et 4 journalistes. Ils consacrent 3 demi-journées à l'analyse en groupe d'un jeu de données réel : exploration, recherche de problématique, modélisation statistique, tests d'inférence, conclusions. Pendant la dernière demi-journée, chaque groupe présente ses résultats. L'accent est mis sur la communication entre journalistes et mathématiciens et sur la rigueur de la procédure d'inférence.

Compétence à acquérir :

Travailler en groupe pluridisciplinaire avec les journalistes. Analyser des données réelles. Choisir, implémenter et valider les outils statistiques pertinents. Traduire les résultats mathématiques en langage courant.

Linear models and generalizations

ECTS : 4

Volume horaire : 45

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

TP : 7h30

Modèle linéaire (gaussien et non gaussien) : estimateur des moindres carrés ordinaire, intervalles de confiance et de prédiction, test de Student et test de Fisher.

Critères de sélection de modèle (Cp de Mallows, AIC, BIC) et procédures de sélection de variables (forward, backward).

Analyse de la variance à un et deux facteurs.

Modèles linéaires généralisés, formalisation, modèles logit, probit, tobit et généralisations.

Compétence à acquérir :

Ce cours vise à décrire la construction et l'analyse des divers modèles paramétriques de régression linéaire et non-linéaire reliant un groupe de variables explicatives à une variable expliquée. Il inclut également des TP en R.

Mode de contrôle des connaissances :

Partiel, examen et projet.

Monte-Carlo methods

ECTS : 4

Volume horaire : 40.5

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 10h30

TD : 6h00

TP : 24h00

- Introduction de la méthode de Monte-Carlo
- Méthodes de simulation de variables aléatoires
- Techniques de réduction de variance

Compétence à acquérir :

L'objectif de ce cours est d'introduire les méthodes dites de Monte-Carlo. Ces méthodes sont utilisées pour calculer des espérances (et par extension des intégrales) par simulation de variables aléatoires. La simplicité de la méthode, sa flexibilité et son efficacité pour les problèmes en grande dimension en font un outil intéressant pour des domaines d'applications variés allant de la physique à la finance de marché. L'objectif de ce cours est non seulement de fournir les bases théoriques des méthodes de Monte-Carlo, mais aussi de fournir les outils pour leur utilisation pratique.

Mode de contrôle des connaissances :

- Examen écrit (70% de la note finale)
- Contrôle continu (30% de la note finale). Le contrôle continu se compose d'un projet à la maison et d'un TP noté en séance, tous deux à réaliser avec le langage de programmation R.

Bibliographie, lectures recommandées :

- C.P.Robert and G.Casella. Monte Carlo Statistical Methods. Springer Texts in Statistics. Springer-Verlag New York, 2 edition, 2004.
- B. Ycart. Modèles et Algorithmes Markoviens, volume 39 of Mathématiques et Applications. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2002.

Méthodes numériques : problèmes dépendant du temps

ECTS : 4

Volume horaire : 40.5

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé : CM : 16h30, TD : 12h00, TP : 12h00

- Introduction
- Équations Différentielles Ordinaires : Euler Implicite, Runge Kutta, consistance, stabilité, A-stabilité
- applications des EDO : épidémiologie
- Calcul de dérivée et contrôle: graphe computationnel, différentiation automatique
- application du calcul de dérivée: deep learning, contrôle
- Équations Différentielles Stochastiques : Euler Maruyama, Milstein
- applications de EDS: calcul d'options en finance sur modèle log-normal

Compétence à acquérir :

Présentation de méthodes de résolution numérique des problèmes d'évolution et d'éléments d'analyse numérique. Cours théorique mais aussi une forte partie implementation (en python).

Bibliographie, lectures recommandées :

[site de Gabriel Turinici \(aller au cours en question\)](#)

Numerical optimization

ECTS : 4

Volume horaire : 48

Description du contenu de l'enseignement :

Numerical Optimisation

1. *Introduction : a review of basic concepts in optimisation*

(a) *Optimality conditions, algorithms, convergence rates.*

2. *First part : Unconstrained optimisation-deterministic methods*

(a) *A crash course on gradient descent for smooth functions.*

(b) *The link with gradient flows.*

(c) *The case of non-convex functions.*

(d) *Acceleration of gradient descents.*

(e) *Newton and quasi-Newton methods.*

(f) *Complement : Back-propagation and machine learning.*

3. *Second part : Constrained optimisation-deterministic methods*

(a) *Penalisation method.*

(b) *The projected gradient method.*

(c) *Lagrange multipliers and duality-the interior point method.*

4. Third part : Unconstrained optimisation-an introduction to stochastic methods

(a) Basic concepts in stochastic gradient descent. Convergence of the algorithm.

(b) Acceleration of stochastic gradient descent.

(c) (Mini)Batches.

Compétence à acquérir :

Mastering traditional techniques in numerical optimisation.

Optimization

ECTS : 4

Volume horaire : 37.5

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

Optimisation dans \mathbb{R}^n (cas général et cas convexe).

Optimisation sous contraintes d'égalités et d'inégalités : KKT, cas convexe, lemme de Farkas, dualité, méthodes numériques (gradient projeté, Usawa).

Programmation dynamique en temps discret (problèmes en horizon fini, problèmes en horizon infini avec coût escompté).

Calcul des variations. Introduction à la théorie du contrôle optimal (principe de Pontriaguine, équation de Hamilton-Jacobi-Bellman).

Compétence à acquérir :

L'objectif de ce cours est d'étudier, d'une part, l'optimisation sous contraintes dans \mathbb{R}^n et, d'autre part, les techniques de programmation dynamique déterministe qui sont fondamentales dans les applications.

Mode de contrôle des connaissances :

Examen sur table (mi-semester et fin de semester).

Poisson process

ECTS : 4

Volume horaire : 39

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

- Définitions et propriétés importantes des processus de Poisson (loi jointe des temps sauts, comportements asymptotiques).

- Définitions et propriétés importantes des processus de Markov à espace d'états dénombrable.

Compétence à acquérir :

Introduction des processus à temps continus fondamentaux en probabilités, tels que les chaînes de Markov à espace d'états dénombrable.

Portfolio management

ECTS : 4

Volume horaire : 39

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

Théorie de Markowitz pour le choix de portefeuille (critère moyenne-variance) ; notion de portefeuille efficient ; mesure de risque et Value at Risk.

Portefeuille de Marché et Portefeuille Tangent, théorème des deux fonds, modèle du CAPM, équation de la Security Market Line et beta.

Les différents indicateurs : ratio de Sharpe, alpha, ratio de Treynor.

La décomposition et rémunération du risque: modèles à facteurs, modèle de Fama-French, modèles APT.

Analyse factorielle.

Compétence à acquérir :

Ce cours est une introduction aux méthodes quantitatives en gestion de portefeuille.

Mode de contrôle des connaissances :

Partiel, Examen, potentiellement projet en Python

Bibliographie, lectures recommandées :

"Quantitative Portfolio Management", Pierre Brugière, Springer 2020

SAS, Excel, Matlab

ECTS : 0

Volume horaire : 15

Description du contenu de l'enseignement :

Apprentissage de SAS, Excel, Matlab.

Compétence à acquérir :

Mise à niveau sur les logiciels SAS, Excel, Matlab, susceptibles d'être utilisés en projet et souvent exigés pour les stages.

Mode de contrôle des connaissances :

QCM en fin de cours

Statistical learning

ECTS : 4

Volume horaire : 39

Description du contenu de l'enseignement :

- Introduction : apprentissage supervisé/non-supervisé / RL; régression et classification, procédure générale d'apprentissage, évaluation du modèle, sur/sous-apprentissage.
- Méthode des K plus proches voisins et notion de "curse of dimensionality".
- Régression linéaire en grande dimension, sélection des variables et régularisation du modèle (Ridge et Lasso).
- Algorithme du gradient (descente classique, stochastique et mini-batch) (optionnel).
- réseaux neuronaux (neural networks): introduction, operation, datasets, training, exemples, implémentations
- (Non-supervisé) K-means clustering.

Compétence à acquérir :

Connaître les bases de l'apprentissage statistique, en particulier dans un contexte de grande dimension, incluant les "neural networks".

Mode de contrôle des connaissances :

cf. CC

Bibliographie, lectures recommandées :

cf. site du cours.

Statistique non paramétrique

ECTS : 4

Volume horaire : 39

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

- 1 Introduction et rappels
- 2 Estimation de la fonction de répartition
- 3 Tests robustes
- 4 Estimation de densités par estimateurs à noyau
- 5 Régression non paramétrique

Compétence à acquérir :

Décrire les méthodes d'analyse statistique qui permettent de s'affranchir de la connaissance d'un modèle de forme trop contraint; prise de conscience des hypothèses de modélisation.

Série temporelles

ECTS : 4

Volume horaire : 37.5

Description du contenu de l'enseignement :

Volume horaire détaillé :

CM : 19h30

TD : 19h30

Échantillonnage

Quantification

Compression sans perte et correction d'erreurs

L'algorithme FFT

Filtres numériques

Conception de filtres numériques

Compression avec perte, introduction au MP3

Compétence à acquérir :

Comprendre les mathématiques du filtrage et du traitement de l'information et les principes de la numérisation des signaux.
Avoir une vision globale des techniques du traitement de l'information.