Calcul différentiel et équations différentielles

ECTS : 8

Volume horaire : 78

Description du contenu de l'enseignement :

Ce cours permet de réviser beaucoup de notions d'analyse et d'algèbre linéaire de L1 et L2.

Différentielle

1. Courbe paramétrée dans $\mathbb{R}n$. Tangente orientée
2. Application dérivable sur un ouvert de $\mathbb{R}n$ ou d'un espace vectoriel réel de dimension finie
3. Dérivée partielle
4. Accroissements finis
5. (Interlude de topologie) Complétude d'espace fonctionnel et le théorème du point fixe

Le théorème de l'inversion locale et ses amis

1. Homéomorphismes et difféomorphismes
2. Théorème d'inversion locale (avec preuve)
3. Corollaires et exemples
4. Théorème des fonctions implicites
5. Exemples d'application du TFI

Étude théorique et numérique des EDO

1. Equations différentielles, motivations et exemples de la physique (Newton, SIR, Lotka-Volterra)
2. Rappel sur la forme normale de Jordan et sa réellification
3. Systèmes linéaires à coefficients constants, exponentielle
4. Cas de la dimension, portraits de phases, conjugaison
5. Systèmes linéaires (fin). Équations d'ordre supérieur
6. Équations d'ordre supérieur à coefficients constants. Principe de comparaison linéaire
7. Cas des équations autonomes en dimension 1, méthode de séparation des variables. Cas de la dimension 2
8. Équations non-linéaires : théorème de Cauchy-Lipschitz, théorème de redressement
9. Solution maximale, explosion en temps fini, existence globale
10. Lemme de Gronwall, continuité par rapport à la donnée initiale
11. Équations autonomes. Trajectoires, équilibres, linéarisation de l'équilibre, stabilité linéaire
12. Schémas d'Euler implicite et explicite
13. Méthode de RK explicites
14. Stabilité, consistance et convergence
15. Introduction à la stabilité de Lyapunov, fonction de Lyapunov
16. Exemple de Lokta-Volterra