

Calcul différentiel et équations différentielles

ECTS : 8

Volume horaire : 78

**Description du contenu de l'enseignement :**

Ce cours permet de réviser beaucoup de notions d'analyse et d'algèbre linéaire de L1 et L2.

**Différentielle**

1. Courbe paramétrée dans  $\mathbb{R}^n$ . Tangente orientée
2. Application dérivable sur un ouvert de  $\mathbb{R}^n$  ou d'un espace vectoriel réel de dimension finie
3. Dérivée partielle
4. Accroissements finis
5. (Interlude de topologie) Complétude d'espace fonctionnel et le théorème du point fixe

**Le théorème de l'inversion locale et ses amis**

1. Homéomorphismes et difféomorphismes
2. Théorème d'inversion locale (avec preuve)
3. Corollaires et exemples
4. Théorème des fonctions implicites
5. Exemples d'application du TFI

**Étude théorique et numérique des EDO**

1. Equations différentielles, motivations et exemples de la physique (Newton, SIR, Lotka-Volterra)
2. Rappel sur la forme normale de Jordan et sa réellification
3. Systèmes linéaires à coefficients constants, exponentielle
4. Cas de la dimension, portraits de phases, conjugaison
5. Systèmes linéaires (fin). Équations d'ordre supérieur
6. Équations d'ordre supérieur à coefficients constants. Principe de comparaison linéaire
7. Cas des équations autonomes en dimension 1, méthode de séparation des variables. Cas de la dimension 2
8. Équations non-linéaires : théorème de Cauchy-Lipschitz, théorème de redressement
9. Solution maximale, explosion en temps fini, existence globale
10. Lemme de Gronwall, continuité par rapport à la donnée initiale
11. Équations autonomes. Trajectoires, équilibres, linéarisation de l'équilibre, stabilité linéaire
12. Schémas d'Euler implicite et explicite
13. Méthode de RK explicites
14. Stabilité, consistance et convergence
15. Introduction à la stabilité de Lyapunov, fonction de Lyapunov
16. Exemple de Lotka-Volterra

**Document susceptible de mise à jour - 10/02/2026**

**Université Paris Dauphine - PSL** - Place du Maréchal de Lattre de Tassigny - 75775 PARIS Cedex 16