

Analyse fonctionnelle et analyse hilbertienne

ECTS : 6

Volume horaire : 58.5

Description du contenu de l'enseignement :

Rappels sur la topologie des espaces métriques. Espaces vectoriels normés. Théorème de non-compacité de Riesz. Théorème de Baire.

Fonctions L_p . Inégalités de Minkowski et de Hölder. Espace L_p , complétude, réciproque du théorème de convergence dominée. Théorèmes de densité des fonctions régulières.

Produit de convolution dans $L_1(\mathbb{R})$. Généralisation : inégalité de Young. Bilinearité, associativité, commutativité. Convolution et dérivation, et intégration.

Transformée de Fourier dans $L_1(\mathbb{R})$. Continuité, dérivabilité de la transformée de Fourier. Translation. Lemme de Riemann-Lebesgue. Transformée de Fourier de la gaussienne. Injectivité. Inversion. Translation. Lien entre convolution et transformée de Fourier. Transformée de Fourier dans L_2 .

Espaces de Hilbert. Produit scalaire réel, hermitien. Identité du parallélogramme, polarisation.

Projection sur un convexe fermé. Cas d'un sous-espace vectoriel fermé. Théorème de représentation de Riesz.

Orthogonalité. Familles orthonormales. Inégalité de Bessel. Bases hilbertiennes. Espace de Hilbert séparable. Égalité de Parseval.

Application : séries de Fourier. Polynômes trigonométriques. Densité dans L_2 . Séries de Fourier et régularité.

Compétence à acquérir :

Acquérir des bases en analyse fonctionnelle et en analyse hilbertienne.

Se familiariser avec les espaces de fonctions classiques qui interviennent en probabilités et en analyse.

Étudier la transformée de Fourier sur L_1 et la convolution.

Se familiariser avec l'analyse hilbertienne, et l'appliquer à la transformée de Fourier dans L_2 et aux séries de Fourier.

Document susceptible de mise à jour - 31/05/2026

Université Paris Dauphine - PSL - Place du Maréchal de Lattre de Tassigny - 75775 PARIS Cedex 16