

Année universitaire 2026/2027

Mathématiques et Applications - 1^{re} année de Master - Majeure Mathématiques Approfondies

Responsables pédagogiques :

- PAUL PEGON - <https://dauphine.psl.eu/recherche/cvtheque/pegon-paul>
- JULIEN STOEHR - <https://www.ceremade.dauphine.fr/~stoehr/>

Crédits ECTS : 60

LES OBJECTIFS DE LA FORMATION

La **majeure Mathématiques Approfondies** du master 1 Mathématiques et Applications propose une formation exigeante dans les domaines de l'analyse et des probabilités. Elle s'adresse principalement aux étudiantes et étudiants souhaitant poursuivre en master 2 recherche, puis s'orienter vers la recherche académique ou la recherche en entreprise.

Construite sur un socle d'enseignements obligatoires en analyse (optimisation, analyse fonctionnelle, calcul des variations) et en probabilités (processus discrets et continus), en partie mutualisés avec la [majeure Actuariat et Statistiques](#), la formation offre un choix d'options permettant une ouverture vers la géométrie et les systèmes dynamiques, les statistiques, le machine learning, les méthodes numériques ou les équations aux dérivées partielles. Les étudiantes et les étudiants sont également initiés à la recherche fondamentale ou appliquée, à travers un travail en groupe mené sur l'année, encadré par un enseignant-chercheur, et donnant lieu à la rédaction d'un mémoire.

La quasi-totalité des cours magistraux et des travaux dirigés est dispensée en anglais, et un parcours intégralement en anglais est possible.

Les objectifs de la formation :

- Acquérir de solides connaissances en mathématiques appliquées, en particulier en analyse et en probabilités ;
- Découvrir la démarche de recherche en mathématiques et se confronter à des problématiques ouvertes et actuelles ;
- Favoriser l'ouverture vers d'autres domaines des mathématiques (statistiques, systèmes dynamiques, machine learning, équations aux dérivées partielles).

MODALITÉS D'ENSEIGNEMENT

Les Modalités des Contrôles de Connaissances (MCC) détaillées sont communiquées en début d'année.

La majeure Mathématiques approfondies est sélective. À l'issue de la 3^e année de la Licence Mathématiques appliquées, les étudiantes et étudiants souhaitant intégrer cette majeure doivent en faire la demande. Seuls les étudiantes et étudiants sélectionnés et les étudiantes et étudiants admis au concours BECEAS (s'ils ont validé la Licence Mathématiques appliquées) pourront suivre la majeure Mathématiques approfondies.

La validation d'une année entraîne la validation de chacun des deux semestres et de toutes les UE et ECTS associés.

La formation débute la dernière semaine d'août et la présence en cours est obligatoire.

ADMISSIONS

Titulaires d'un diplôme BAC+3 (180 crédits ECTS) ou équivalent à Dauphine, d'une université ou d'un autre établissement de l'enseignement supérieur dans les domaines suivants : cursus scientifique, mathématiques.

POURSUITE D'ÉTUDES

Après la 1^{re} année du master 1 Mathématiques et Application majeure **Actuariat et Statistiques**, vers quelles spécialisations s'orienter à l'Université Paris Dauphine - PSL ?

Le parcours prépare naturellement à une poursuite d'études en :

- Master [Mathématiques appliquées et théoriques \(MATH\)](#) ;
- Master [Mathématiques de l'assurance, de l'économie et de la finance \(MASEF\)](#).

La majeure **Mathématiques approfondies** du master 1 Mathématiques et Applications prépare à la poursuite en doctorat et à des carrières dans la recherche académique ou en entreprise. Il offre également des débouchés dans les secteurs nécessitant des compétences avancées en optimisation et en modélisation de phénomènes aléatoires (assurance, énergie et transport, finance...).

PROGRAMME DE LA FORMATION

- Semestre 1
 - UE fondamentales
 - [Discrete processes](#)
 - [Optimization](#)
 - [Functional analysis](#)
 - UE optionnelles (choisir 1 option)
 - [Geometry and dynamics](#)
 - [Modèles statistiques](#)
- Semestre 2
 - UE fondamentales
 - [Calculus of variations](#)
 - [Continuous processes](#)
 - [Preparation to pure and applied research](#)
 - UE optionnelles (choisir 2 options)
 - [Numerical methods](#)
 - [Statistiques non paramétriques](#)
 - [Machine learning](#)
 - [Introduction to partial differential equations](#)
 - Certificat
 - [SAS, Excel, Matlab](#)

DESCRIPTION DE CHAQUE ENSEIGNEMENT

SEMESTRE 1

UE fondamentales

Discrete processes

ECTS : 8

Enseignant responsable : JULIEN CLAISSE (<https://dauphine.psl.eu/recherche/cvtheque/claisse-julien>)

Langue du cours : Anglais

Volume horaire : 78

Description du contenu de l'enseignement :

- Conditional expectation: definition and construction, properties
- Processes: filtrations, stopping times, sigma-field of the past
- Martingales: definition, stopping theorems, convergence theorems, maximal inequalities
- Markov chains: definition, random inductions, properties, Markov properties, recurrence and transience, invariant measures, ergodic theory

Compétences à acquérir :

Discrete-time stochastic processes, including conditional expectation, martingales, and Markov chains and their long-term behavior.

Optimization

ECTS : 6

Enseignant responsable : Idriss MAZARI-FOUQUER (<https://dauphine.psl.eu/recherche/cvtheque/mazari-idriss>)

Langue du cours : Anglais

Volume horaire : 58.5

Description du contenu de l'enseignement :

The course focuses on finite-dimensional optimization problems and their numerical resolution.

- Basic concepts: existence of optimisers; optimality conditions; convexity and strict convexity.
- Unconstrained optimisation: gradient descent (principles, convex case, extensions); Newton's method; numerical implementations.
- Constrained optimisation: Lagrange multipliers for equality and inequality constraints; KKT conditions; numerical methods; duality.
- Introduction to optimal control: discrete-time problems, dynamic programming principle and Bellman equations. Possible brief outlook toward calculus of variations and continuous-time optimal control.

Compétences à acquérir :

Finite-dimensional optimization problems and their numerical resolution.

Pré-requis recommandés

Optimisation dans $\mathbb{R}^n$ sans contraintes.

Mode de contrôle des connaissances :

Examen sur table (mi-semestre et fin de semestre).

Functional analysis

ECTS : 10

Enseignant responsable : ERIC SERE (<https://dauphine.psl.eu/recherche/cvtheque/sere-eric>)

Langue du cours : Anglais

Volume horaire : 78

Description du contenu de l'enseignement :

The course presents functional analysis methods for solving partial differential equations.

- Compactness in metric spaces; Riesz compactness theorem; Arzelà-Ascoli theorem.
- Hahn-Banach theorem, Baire category theorem, theorem of Banach-Steinhaus, open mapping theorem, closed graph theorem.
- Hilbert spaces: projection, Hilbert bases, Riesz isomorphism theorem (reminders), Lax-Milgram theorem, weak convergence
- Spectral theory: spectrum of bounded operators in Banach spaces, compact and self-adjoint operators in Hilbert spaces, spectral theorem
- Sobolev spaces in one space dimension.

Compétences à acquérir :

Classical results in functional analysis and some of their applications.

UE optionnelles (choisir 1 option)

Geometry and dynamics

ECTS : 6

Enseignant responsable : ANNA FLORIO (<https://dauphine.psl.eu/recherche/cvtheque/florio-anna>)

Langue du cours : Anglais

Volume horaire : 39

Description du contenu de l'enseignement :

This course provides an introduction to manifolds and to the geometric viewpoint on dynamical systems and differential equations.

- Reminders of differential calculus, local inversion
- Manifolds : local coordinates, examples (parametrization, equation : sphere, torus), tangent vectors and space, maps, derivative
- Differential equations (flow, phase portrait in dimension 2, conjugacy). Examples: linear differential equations in the plane, gradient flows and optimization problems, geodesic flows and mechanical problems
- Equilibria of autonomous equations and their stability, periodic orbits and Poincaré maps.

Compétences à acquérir :

Introduction to manifolds and the geometric viewpoint of dynamical systems.

Modèles statistiques

ECTS : 6

Langue du cours : Français

Volume horaire : 58.5

SEMESTRE 2

UE fondamentales

Calculus of variations

ECTS : 5

Enseignant responsable : PAUL PEGON (<https://dauphine.psl.eu/recherche/cvtheque/pegon-paul>)

Langue du cours : Anglais

Volume horaire : 39

Description du contenu de l'enseignement :

- Introduction to variational problems in infinite dimension
 - Classical examples: geodesics, brachistochrone, Ramsey growth model, Bolza problem
 - Relation to optimal control
 - Euler-Lagrange equations : formal derivation, rigorous derivation when there is a smooth solution and resolution
 - Existence of solutions : direct method in the Calculus of Variations.
- Direct method, weak convergence and weak semicontinuity
 - Weierstrass theorem
 - Weak and weak-* topology, relation with convexity, compactness
 - Weak lower semicontinuity of integral functionals of order 0
- Convex analysis and optimization
 - Optimization of extended-real-valued functions
 - Convex sets: geometric and topological properties, Hahn–Banach
 - Convex functions: definition, regularity, subgradients and subdifferentials, convex conjugate, convex duality
- Integral functionals of order 1
 - Sobolev spaces (in dimension 1)
 - Continuous and compact embeddings
 - Semicontinuity of integral functionals of order 1
 - Euler-Lagrange equations : weak formulation, regularity a posteriori
 - Convex duality and applications

Compétences à acquérir :

Introduction to the calculus of variations, with a focus on convex and one-dimensional variational problems.

Continuous processes

ECTS : 10

Langue du cours : Anglais

Volume horaire : 78

Description du contenu de l'enseignement :

- **Part I. Continuous-Time Markov Chains** (15-18 hours)
 - Càdlàg and increasing processes: definition. Poisson process (on $\mathbb{R}$) and counting processes.
 - Continuous-time Markov chains (countable state space): embedded Markov chain, jump times, Kolmogorov equations, generator, recurrence vs. transience, invariant measures.
 - Possible applications (in lectures and/or tutorials): M/M/s queues, birth and death chains, branching processes.
- **Part II. Brownian Motion and Diffusions** (21-24 hours)
 - Continuous processes: definition. Random continuous functions. Brownian motion: construction of Brownian motion (as a Gaussian process), existence of a continuous version (via Kolmogorov's criterion or admitted). Fundamental properties.
 - Introduction to stochastic calculus (continuous martingales, Itô integral and Itô's formula) and stochastic differential equations. *One may restrict to the one-dimensional case for simplicity.*
 - Application in physics: Langevin equation (in lectures or tutorials).
 - Application in finance and asset pricing: Black-Merton-Scholes model.

Compétences à acquérir :

Continuous-time Markov chains and their applications, Brownian motion, stochastic calculus, stochastic differential equations, and applications to physics and finance.

Preparation to pure and applied research

ECTS : 5

Langue du cours : Anglais

Description du contenu de l'enseignement :

This course consists of a year-long project carried out in groups of one to three students on an assigned topic, under the supervision of a faculty member or a professional. It is intended as an introduction to research or to the application of

research methods to the resolution of a concrete problem. The work concludes with the submission of a written dissertation and an oral defense during which the results are presented and discussed.

Compétences à acquérir :

Students will develop the ability to conduct a supervised research project or apply research methods to a concrete problem, and to present their work effectively in both written and oral form.

UE optionnelles (choisir 2 options)

Numerical methods

ECTS : 5

Enseignant responsable : GABRIEL TURINICI (<https://turinici.com>)

Langue du cours : Français et anglais

Volume horaire : 40.5

Description du contenu de l'enseignement :

FRENCH VERSION ((ENGLISH VERSION below):

Volume horaire détaillé : CM : 16h30, TD : 12h00, TP : 12h00

- Introduction
- Équations Différentielles Ordinaires : Euler Implicite, Runge Kutta, consistance, stabilité, A-stabilité
- Applications des EDO : épidémiologie
- Calcul automatique de dérivée (back-propagation) et contrôle: graphe computationnel, différentiation automatique
- Application du calcul de dérivée: réseaux neuronaux et deep learning, contrôle
- Équations Différentielles Stochastiques : Euler Maruyama, Milstein
- Applications de EDS: calcul d'options en finance sur modèle log-normal

ENGLISH VERSION:

Detailed hourly volume: CM: 16:30, TD: 12:00, TP: 12:00

- Introduction
- Ordinary Differential Equations: Implicit Euler, Runge Kutta, Consistency, Stability, A-Stability
- Applications of ODE: Epidemiology
- Automatic derivative calculation (back-propagation) and control: computational graph, automatic differentiation
- Application of derivative calculus: neural networks and deep learning, control
- Stochastic differential equations: Euler, Maruyama, Milstein
- Applications of EDS: calculation of options in finance on log-normal model

Compétences à acquérir :

(FR) : Présentation de méthodes de résolution numérique des problèmes d'évolution et d'éléments d'analyse numérique. Cours théorique mais aussi une forte partie implementation (en python).

(EN) : Presentation of numerical methods for solving evolution problems and elements of numerical analysis. A theoretical course with a strong implementation component (in Python).

Pré-requis obligatoires

python, algèbre matricielle,

Bibliographie, lectures recommandées :

[site de Gabriel Turinici \(aller au cours en question\)](https://turinici.com)

En savoir plus sur le cours :<https://turinici.com>

Statistiques non paramétriques

ECTS : 5

Enseignant responsable : LAETITIA COMMINGES (<https://dauphine.psl.eu/recherche/cvtheque/comminges-laetitia>)

Langue du cours : Français

Volume horaire : 39

Description du contenu de l'enseignement :

1. Introduction et rappels
2. Estimation de la fonction de répartition
3. Tests robustes
4. Estimation de densités par estimateurs à noyau
5. Régression non paramétrique

Compétences à acquérir :

Décrire les méthodes d'analyse statistique qui permettent de s'affranchir de la connaissance d'un modèle de forme trop contraint; prise de conscience des hypothèses de modélisation.

Machine learning

ECTS : 5

Enseignant responsable : GABRIEL TURINICI (<https://turinici.com>)

Langue du cours : Anglais

Volume horaire : 39

Description du contenu de l'enseignement :

1. Examples and machine learning framework: applications, supervised and non-supervised learning
2. Useful theoretical objects: predictors, loss functions, bias, variance
3. K-nearest neighbors (k-NN); Higher dimensions and Curse of dimensionality
4. Regularization in high dimensions: ridge and lasso (for linear and logistic models)
5. Stochastic Optimization Algorithms used in machine learning: Stochastic Gradient Descent, Momentum, Adam, RMSProp
6. Naive Bayesian classification
7. Deep learning through neural networks : introduction, theoretical properties, practical implementations (Tensorflow, PyTorch depending on acumen)
8. Generative and non-supervised learning: k-means

Compétences à acquérir :

Introduction to statistical learning, particularly in a high-dimensional context, including baseline algorithms (k-NN,...) and modern approaches in deep learning (neural networks).

Pré-requis obligatoires

Probability (including *conditional expectation*), statistics (undergraduate / L3 level), numerical analysis.

Bibliographie, lectures recommandées :

See site of the course (site of the teacher); also see textbook by G. Turinici (cf. Amazon)

Introduction to partial differential equations

ECTS : 5

Langue du cours : Anglais

Volume horaire : 39

Description du contenu de l'enseignement :

This course introduces the functional framework of partial differential equations, including distribution theory and Sobolev spaces. It then studies the Laplace, heat, and wave equations, together with analytical and numerical methods for their resolution.

- Distribution theory and Sobolev spaces (~5 weeks)
 - The space of test functions and of distributions: examples (locally integrable functions, Dirac mass, principal value distributions, etc.) ; jump formula (e.g. Rankine–Hugoniot condition in problem sessions) ; support of a distribution ; convergence of sequences ; operations on distributions ; applications (fundamental solution of the Laplacian, representation of solutions to $-?u=f$ in the whole space when f has compact support).
 - Tempered distributions: Schwartz space ; Fourier transform on tempered distributions (Plancherel theorem,

inversion formula, etc.) ; important examples.

- Sobolev spaces (Hilbert framework): spaces $H^s(\Omega)$ (definition, Fourier characterization when $\Omega = \mathbb{R}^d$, simple case of compact embedding, Rellich theorem) ; the space $H^1_0(\Omega)$ and Poincaré inequality.
- Laplace, heat, and wave equations (~7 weeks)
 - Laplace equation: solutions in a bounded domain, Lax–Milgram theorem ; solutions (definitions, existence and uniqueness) of $-\Delta u = f$ in H^1_0 ; H^2 regularity (optional) ; eigenfunction basis of the Laplacian.
 - Heat equation: Fourier method in the whole space (possible reminder) ; Galerkin method ; explicit resolution using the eigenfunction basis of the Laplacian.
 - Numerical simulation of the Laplace and heat equations: time and space discretization ; implicit and explicit Euler schemes ; notions of stability ; consistency ; and convergence.
 - Wave equation: modeling ; particular solutions via Fourier methods and separation of variables ; light cone ; classical solutions ; weak solutions ; superposition principle.

Compétences à acquérir :

Introduction to the fundamental partial differential equations — Laplace, heat, and wave — within the functional framework of distribution theory and Sobolev spaces.

Certificat

SAS, Excel, Matlab

Langue du cours : Français

Volume horaire : 15

Description du contenu de l'enseignement :

Apprentissage de SAS, Excel, Matlab.

Compétences à acquérir :

Mise à niveau sur les logiciels SAS, Excel, Matlab, susceptibles d'être utilisés en projet et souvent exigés pour les stages.

Mode de contrôle des connaissances :

QCM en fin de cours

Document susceptible de mise à jour - 07/09/2026

Université Paris Dauphine - PSL - Place du Maréchal de Lattre de Tassigny - 75775 PARIS Cedex 16